



**زیربرنامه:**

KeChien\_Main\_DualTim

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **توسعه دهندگان** | مرتضی نامور |  |
| محمد حسین سعادت |  |
| مجید ولدخانی |  |
| **تهیه کنندگان مستند** | مرتضی نامور ، محمد حسین سعادت و مجید ولدخانی | |
| **تاییدکنندگان** | مرتضی نامور | |
| **تاریخ تنظیم سند** | 22/05/1396 | |
| **شناسه سند** | **MC2F050F1** | |
| **زبان برنامه‌نویسی** | **Fortran 90** | |

1. وظایف

این زیربرنامه، زیربرنامه اصلی مدل آشفتگی  می­باشد که سایر زیربرنامه­ها در آن فراخوانده می­شوند و درنهایت نیز، لزجت گردابه­ای و بخش نوسانی سرعت یعنی  ، محاسبه می­گردد.

1. توضیحات و تئوری­ها

مدل آشفتگی  معروف­ترین و پرکاربردترین مدل آشفتگی می­باشد و تاکنون نیز نسخه­های متعدد و متنوعی از این مدل آشفتگی ارائه شده است [1]. مدل­های آشفتگی  برای طیف وسیعی از مسائل مهندسی، نتایج قابل قبولی ارائه می­دهند و برای شبیه­سازی جریان­های آیرودینامیکی نیز مدل مناسبی می­باشند. در تمامی مدل­های  دو معادله دیفرانسیل جداگانه به ترتیب برای انرژی جنبشی آشفتگی[[1]](#footnote-1)  و نرخ اضمحلال انرژی جنبشی آشفتگی[[2]](#footnote-2)  نوشته می­شود. این دو متغیر به صورت زیر تعریف می­شوند [2]:

1. 

با استفاده از این تعاریف، می­توان معادله دیفرانسیل دقیق حاکم بر  و  را به دست آورد. اما این معادلات دقیق، حاوی ترم­های ناشناخته و غیرقابل اندازه­گیری فراوانی هستند که استفاده از آنها را در عمل و در مسائل مهندسی غیرممکن می­کند. اما در سال 1974، لاندر[[3]](#footnote-3) و اسپالدینگ[[4]](#footnote-4) براساس فیزیک آشفتگی، موفق شدند با ساده­سازی معادلات دقیق حاکم بر  و ، شکل کاربردی مدل  را ارئه دهند که توانایی شبیه­سازی طیف وسیعی از جریان­های آشفته را دارا بود [3]. مدل ارائه شده توسط لاندر و اسپالدینگ بعدها به مدل  معروف شد. به صورت خلاصه می توان مزایای کلی مدل­های  را به صورت زیر بیان نمود [2]:

* سادگی و قابلیت شبیه­سازی طیف وسیعی از جریان­ها
* عدم حساسیت نتایج به مقادیر جریان آزاد

اما مدل­های  در حالت کلی دارای نقایصی نیز می­باشند که از جمله آنها می­توان به موارد زیر اشاره کرد:

* دقت پایین در شبیه­سازی جریان­های چرخشی[[5]](#footnote-5) و جریان­های همراه با جدایش[[6]](#footnote-6)
* عملکرد نامناسب در نواحی با گرادیان فشار معکوس زیاد[[7]](#footnote-7)
* عملکرد نامناسب در لایه­های مرزی منحنی شکل[[8]](#footnote-8)
* دقت پایین در جریان­های داخلی با مقطع غیردایروی

برای اصلاح این نقایص تاکنون تلاش­های زیادی صورت گرفته که این تلاش­ها منجر به ظهور نسخه­های جدیدتر و کاربردی­تر از مدل  شده است. هدف هر یک از این نسخه­ها بهبود توانایی­های مدل  در پیش بینی خواص جریان آشفته بوده است. البته لازم به ذکر است که بسیاری از نسخه­های مختلف این مدل به منظور استفاده در کاربردهای خاص ایجاد شده­اند و از فرضیات خاصی استفاده می­نمایند که نمی­توان برای کاربردهای عمومی از آنها استفاده نمود.

یکی از پرکاربردترین و معروف­ترین نسخه­های بهبود یافته مدل ، نسخه ارائه شده توسط چن[[9]](#footnote-9) در سال 1984 می­باشد [4]. مدل  برای جریان­های ساده، همان نتایج مدل استاندارد را می­دهد اما در جریان­های پیچیده­تر همانند جریان­های چرخشی و لایه مرزی منحنی شکل، دقت و عملکرد مناسب­تری را نسبت به مدل  دارا می­باشد. همچنین مدل  یک مدل آشفتگی رینولدز پایین[[10]](#footnote-10) می­باشد و از تابع دیوار[[11]](#footnote-11) استفاده نمی­کند. در ادامه معادلات حاکم بر این مدل، نحوه بی­بعد سازی آنها، شرایط مرزی و شرایط اولیه حاکم بر آن به صورت کامل توضیح داده خواهد شد.

* 1. معادلات حاکم

همانگونه که گفته شد، در مدل  دو معادله انتقال برای دو متغیر و ، که به صورت زیر تعریف می­شوند نوشته می­شود [1]

1. 
2. 

، انرژی جنبشی آشفتگی می­باشد و  نیز نرخ اضمحلال آشفتگی است، همچنین  مقادیر نوسانی[[12]](#footnote-12) سرعت می­باشد. معادله انتقال در مدل  در فرم تانسوری، به صورت زیر نوشته می­شود [4]:

1. 

در این معادله، لزجت مولکولی سیال می­باشد و  نیز لزجت گردابه­ای می­باشد. همچنین،  فاصله از دیوار می­باشد و بیانگر میزان تولید انرژی جنبشی آشفتگی[[13]](#footnote-13)، ناشی از اندرکنش میان جریان متوسط[[14]](#footnote-14) و میدان جریان آشفته است که بصورت زیر می باشد:

1. 

ترم  در معادله ‏(4) نیز، میزان استهلاک انرژی جنبشی آشفتگی را نشان می­دهد. بنابراین، از منظر فیزیکی، معادله ‏(4) را می­توان به نحو زیر تعبیر کرد:

**استهلاک () - نرخ تولید () + پخش () = جابجایی () + نرخ تغییرات زمانی ()**

معادله انتقال برای متغیر دوم، یعنی ، نیز در فرم تانسوری به صورت زیر می­باشد [4]:

1. 

این معادله را نیز از منظر فیزیکی می­توان به نحو زیر تعبیر کرد:

**استهلاک () - نرخ تولید () + پخش () = جابجایی () + نرخ تغییرات زمانی ()**

ثوابت موجود در این معادلات به صورت زیر تعریف شده­اند:

1. 

همانطور که گفته شد، مدل یک مدل رینولدز پایین می­باشد و از تابع دیوار استفاده نمی­کند. در این مدل، در نزدیکی دیوار از توابع میرایی[[15]](#footnote-15) ارائه شده توسط چن استفاده می شود:

1. 

همچنین  نیز به صورت زیر محاسبه می­شود:

1. 

که ، تنش برشی بر روی دیوار می­باشد و  نیز جهت عمود بر دیوار می­باشد. لازم به ذکر است که با توجه به رینولدز پایین بودن این مدل، شبکه استفاده شده در نزدیکی دیوار می­بایست به اندازه کافی ریز باشد.

پس از حل معادلات انتقال مربوط به و  باید مقدار لزجت گردابه­ای () را محاسبه کرد. در مدل  مقدار لزجت گردابه­ای به صورت زیر محاسبه می­شود:

1. 

که در این رابطه  می­باشد.

* 1. بی بعد سازی معادلات حاکم

یکی از ملاحظات مهم در حل عددی، بی­بعد سازی معادلات حاکم می­باشد. از آنجا که معادلات بکار رفته برای جریان اصلی بی­بعد شده اند، بنابراین در اینجا نیز باید معادلات بی­بعد شوند چرا که باید مقادیر بی­بعد به معادلات اصلی جریان معرفی شود. بدین منظور جهت بی­بعد سازی معادلات حاکم از پارامترهای زیر استفاده می کنیم [2]:

1. 

در این روابط متغیرهایدار، متغیرهای بابعد هستند و زیرنویسمعرف کمیت­های جریان آزاد می­باشند. همچنین ، طول مشخصه مسئله می­باشد. توجه شود که پارامترهای بی بعد سازی برای این معادلات باید دقیقا همان پارامترهایی باشد که برای بی بعد سازی معادلات جریان اصلی استفاده شده است.

**2-2-1- بی­بعد سازی معادله **

در اینجا لازم است یادآوری شود که معادلات مربوط به مدل حاضر به صورت با­بعد بوده­اند که تنها به دلیل سادگی بالانویس \* از آنها حذف شده بود. بنابراین با جایگذاری پارامترهای بی­بعد سازی ذکر شده در معادله ‏(11)، شکل بی­بعد این معادله به صورت زیر به دست می­آید:

1. 

با کمی عملیات جبری معادله مربوط به  به صورت زیر در می­آید. توجه کنید که با این کار عبارت مربوط به چشمه نیز تغییر خواهد کرد:

1. 

با استفاده از اعداد بی بعد رینولدز[[16]](#footnote-16) و ماخ[[17]](#footnote-17) نیز می توان نوشت:

1. 

بنابراین با جایگذاری در معادله ‏(12)، شکل بی­بعد معادله  به صورت زیر به دست می­آید:

1. 

**2-2-2- بی­بعد سازی معادله **

همانند حالت قبل، با جایگذاری پارمترهای بی­بعد سازی ارائه شده در معادله ‏(11) و انجام پاره­ای عملیات جبری، شکل بی­بعد شده معادله  حاصل می­شود:

1. 

**2-2-3- بی­بعد سازی سایر عبارت ­ها**

علاوه بر معادلات مدل آشفتگی، ثابت­های بکار رفته در این مدل نیز باید بی­بعد شوند:

1. 

همچنین شکل بی­بعد شده  نیز به صورت زیر است:

1. 

و درنهایت شکل بی­بعد شده لزجت گردابه­ای به صورت زیر می­باشد:

1. 
   1. شرایط مرزی

اعمال شرایط مرزی مناسب در مدل­های آشفتگی نقشی اساسی در شبیه­سازی صحیح و دقیق جریان­های آشفته دارد. رمزی[[18]](#footnote-18) و اسپالارت[[19]](#footnote-19) نشان داده­اند که انتخاب شرایط مرزی نادرست در مدل­های آشفتگی می­تواند منجر به نتایج غیرفیزیکی و نادرست و یا حتی ناپایداری حل­گر شود [6]. لذا اعمال شرایط مرزی، یکی از مهمترین مراحل در شبیه­سازی جریان آشفته می­باشد. شرایط مرزی متغیرهای آشفتگی در مدل  برای جریان­های داخلی[[20]](#footnote-20) و خارجی[[21]](#footnote-21) دارای تفاوت­هایی می­باشد که در ادامه به آنها پرداخته می­شود:

**2-3-1- شرط مرزی دیوار**

بر روی دیواره در جریان­های داخلی و خارجی مقادیر زیر به عنوان شرایط مرزی در نظر گرفته می شوند [4]:

1. 

**2-3-2- شرط مرزی ورودی**

در ورودی جریان­های داخلی شرایط مرزی به نحو زیر می باشد [2]:

1. 

در جریان­های خارجی نیز شرایط مرزی مطابق رابطه زیر پیشنهاد شده است [6]:

1. 

**2-3-3- شرط مرزی خروجی**

در خروجی جریان­های داخلی و خارجی، معمولا مشتق اول تمامی متغیرها، عمود بر مرز برابر صفر قرار داده می شود [2].

1. 
   1. شرایط اولیه

شرایط اولیه متغیرهای آشفتگی در اکثر مسائل، برابر شرایط مرزی ورودی قرار داده می­شود [2]، بنابراین برای جریان­های داخلی داریم:

1. 

و به نحو مشابه برای جریان­های خارجی، شرط اولیه مطابق زیر محاسبه می گردد:

1. 
   1. شکل ماتریسی معادلات آشفتگی

جهت حل عددی و گسسته­سازی معادلات آشفتگی، راحت­تر است که این معادلات را به صورت ماتریسی بنویسم. به این منظور معادلات بی­بعد شده ‏(15) و ‏(16) به فرم ماتریسی زیر بازنویسی می­شوند:

1. 

در این رابطه  و ، بیانگر بخش­های جابجایی[[22]](#footnote-22) می­باشند،  و  بیانگر بخش­های پخش­شوندگی[[23]](#footnote-23) و  ترم چشمه[[24]](#footnote-24) می­باشد. هرکدام از این بخش­ها به صورت زیر می­باشند:

1. 
   1. نحوه گسسته سازی حجم محدود معادلات

در روش حجم محدود، اولین قدم در گسسته­سازی معادلات، انتگرال­گیری از شکل بقایی معادلات بر روی یک حجم کنترل می­باشد. برای این کار معادله ‏(26) را در نظر بگیرید. با انتگرال گیری از این معادله بر روی یک سلول محاسباتی خواهیم داشت [7]:

1. 

در ترم (1)، مقدار  بر روی یک حجم کنترل ثابت فرض می شود در نتیجه می توان ترم (1) را به صورت زیر ساده کرد:

1. 

که در این رابطه  مساحت حجم کنترل می­باشد.

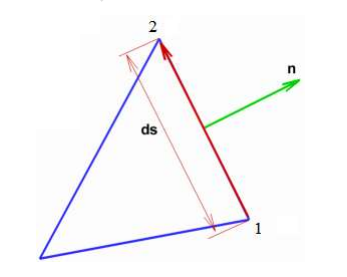
برای ترم (2) و (3)، از قضیه گوس استفاده می شود. مطابق قضیه گوس[[25]](#footnote-25)، می­توان انتگرال روی سطح را به انتگرال روی مرزها تبدیل نمود:

1. 

که در این رابطه، بردار عمود بر مرز حجم کنترل می باشد:

1. 

و نیز طول قطاع­های تشکیل­دهنده مرزهای حجم کنترل می­باشد. مطابق شکل زیر:



1. طول قطاع و بردار عمود بر مرز حجم کنترل

بنابراین با تعریف ، می­توان ترم (2) را به صورت زیر نوشت:

1. 

در این رابطه،  تعداد اضلاع تشکیل دهنده هر یک از سلول های محاسباتی می­باشد.

ترم چشمه را نیز می­توان به صورت زیر ساده کرد:

1. 

بنابراین درنهایت می­توان معادله ‏(28) را به صورت زیر بازنویسی کرد:

1. 

نحوه گسسته­سازی مکانی بخش جابجایی و بخش پخش­شوندگی در زیربرنامه­های مربوطه به نحو مبسوط توضیح داده خواهد شد.

* 1. گسسته سازی زمانی

معادله ‏(34) را می توان به فرم یک معادله دیفرانسیل معمولی[[26]](#footnote-26) به صورت زیر بازنویسی کرد:

1. 

در حل‌های پایا علاوه بر گام زمانی موضعی روش‌های افزایش سرعت همگرایی مثل آنتالپی میراکننده و هموارسازی مانده‌ها وجود دارد که در حل‌های ناپایا قابل استفاده نیستند. برای رفع این مشکل در حل ناپایا روش گام زمانی دوگانه ارائه شده است که می‌تواند سرعت همگرایی را به میزان قابل توجهی افزایش دهد.

در این قسمت روش گام زمانی دوگانه در معادلات جریان آشفته اعمال می‌شود.

در روش گسسته سازی گام زمانی دوگانه در هر گام زمانی حقیقی با یک مساله‌ی پایا روبرو هستیم و با انتگرال‌گیری از معادله در زمان مجازی پاسخ حالت دائم آنرا که در حقیقت جواب معادله‌ی جریان ناپایا در زمان حقیقی می‌باشد، بدست آورده می­شود.



برای گسسته‌سازی نیز از یک روش مرتبه دوم پسرو به شکل زیر استفاده می‌شود:



برای گسسته سازی ترم مشتق برحسب زمان مجازی از روش رانگ-کوتا m مرحله ای استفاده می­شود.

در نهایت فرم گسسته سازی شده معادله (36) بصورت معادله زیر در می­آید:

2. بخش­های زیربرنامه

در این قسمت تمام بخش های زیربرنامه مطابق با شماره گذاری موجود در برنامه کامپیوتری ارائه شده است.

1. تعیین ثوابت موجود در مدل 

در این قسمت، ثوابت موجود در مدل  با توجه به رابطه ‏(7) مشخص شده است.

1. مقداردهی به آرایه­های مربوط به زمان قبل

در این قسمت، مقادیر بقایی مربوط به زمان قبل جایگذاری تا در روش رانگ کوتا از آنها استفاده گردد.

1. حل معادلات آشفتگی در حلقه مربوط به روش رانگ-کوتا

در یک حلقه به تعداد مراحل روش رانگ-کوتا معادلات  و  حل خواهند شد.

1. محاسبه ضرایب روش رانگ-کوتا

با استفاده از معادله ‏(37)، ضریب هرکدام از مراحل روش رانگ-کوتا محاسبه می­گردد.

1. محاسبه شرایط مرزی

در این قسمت، کلیه شرایط مرزی با فراخوانی زیربرنامه KeChien\_BC تعیین می­گردند.

1. محاسبه مشتق سرعت در مرکز سلول

در این قسمت، با فراخوانی زیربرنامه Velocity\_CellGrad، مشتق اول مولفه­های سرعت در مرکز همه سلول­ها محاسبه می­شوند.

1. محاسبه مشتق متغیرهای آشفتگی روی اضلاع سلول­

در این قسمت، با فراخوانی زیربرنامه KFi\_GradFace، مشتق اول متغیرهای آشفتگی  و  روی اضلاع همه سلول­ها محاسبه می­شوند. این زیربرنامه نیز بصورت کلی و برای تمام مدل های آشفتگی دو معادله ای تدوین شده است. از آنجا که یکی از مواردی که باید در مرزهای تقارن رعایت شود، صفر بودن گرادیان در راستای عمود بر مرز می باشد بنابراین در اینجا باید مقدار گرادیان های اضلاع مرزی تقارن را برابر صفر قرار دهیم.

1. محاسبه بخش جابجایی

این بخش به صورت بالادست گسسته­سازی شده است. مانند دو زیربرنامه قبل، این زیربرنامه نیز بصورت کلی و برای تمام مدل های آشفتگی دو معادله ای تدوین شده است.

1. محاسبه بخش پخش­شوندگی

در این قسمت با فراخوانی زیربرنامه KeChien\_Dif، مقدار بخش پخش­شوندگی محاسبه می­شود. این بخش به صورت مرکزی گسسته­سازی شده است.

1. محاسبه ترم چشمه

در این قسمت با فراخوانی زیربرنامه KeChien\_Source، ترم چشمه محاسبه می­شود.

1. محاسبه مقادیر متغیرهای آشفتگی تمام سلول­های شبکه

در یک حلقه تکرار بر روی تمامی سلول­های شبکه، مقادیر متغیرهای آشفتگی با استفاده از روش گام زمانی دوگانه (رابطه (38)) محاسبه می­شود.

1. اطمینان از مثبت بودن متغیرهای آشفتگی

در صورتی که مقدار هرکدام از متغیرهای آشفتگی منفی شد، مقدار مثبت زمان قبل جایگزین آن می­شود. به این ترتیب اطمینان حاصل می­شود که متغیرهای آشفتگی همواره مثبت هستند.

1. محاسبه متغیرهای آشفتگی

در این قسمت با توجه به مقادیر بقایی به دست آمده، مقدار  و  محاسبه می­شوند.

1. محاسبه ثوابت و توابع موجود در مدل 

ثوابت و توابع ارائه شده در روابط ‏(17) و ‏(18) محاسبه می­شوند.

1. محاسبه لزجت آشفتگی

لزجت آشفتگی برای تمام سلول­ها با استفاده از رابطه ‏(19) محاسبه می­شود.

1. مراجع

|  |
| --- |
| [1] W. Rodi, Turbulence models and their application in hydraulics, CRC Press, 1993. |
| [2] H. K. Vesteeg and W. Malalasekera, An Introduction to Computational Fluid Dynamics, 2007. |
| [3] B. E. Launder and D. B. Spalding, "The numerical computation of turbulent flows," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering,* vol. 3, p. 269–289, 1974. |
| [4] K. Y. Chien, "Predictions of Channel and Boundary-Layer Flows with a Low-Reynolds-Number Turbulence Model," *AIAA Journal,* vol. 20, pp. 33-38, 1982. |
| [5] P. R. Spalart and C. L. Ramsey, "Effective Inflow Conditions for Turbulence Models in Aerodynamic Calculations," *AIAA Journal,* vol. 45, pp. 2544-2553, 2007. |
| [6] K. A. Hoffmann and S. T. Chiang, Computational Fluid Dynamics Vol 3, 2000. |
| [7] D. A. Anderson, J. C. Tannehill and R. H. Pletcher, Computational fluid dynamics and heat transfer, Washington: Hemisphere, 1984. |

1. Production of Turbulent Kinetic Energy [↑](#footnote-ref-1)
2. Dissipation of Turbulent Kinetic Energy [↑](#footnote-ref-2)
3. Launder [↑](#footnote-ref-3)
4. Spalding [↑](#footnote-ref-4)
5. Vortical Flows [↑](#footnote-ref-5)
6. Separation [↑](#footnote-ref-6)
7. Large Adverse Pressure Gradients [↑](#footnote-ref-7)
8. Curved Boundary Layer [↑](#footnote-ref-8)
9. Chien [↑](#footnote-ref-9)
10. Low Reynolds Number Turbulence Model [↑](#footnote-ref-10)
11. Wall Function [↑](#footnote-ref-11)
12. Fluctuating Velocity [↑](#footnote-ref-12)
13. Production of Turbulent Kinetic Energy [↑](#footnote-ref-13)
14. Mean Flow [↑](#footnote-ref-14)
15. Damping Function [↑](#footnote-ref-15)
16. Reynolds Number [↑](#footnote-ref-16)
17. Mach Number [↑](#footnote-ref-17)
18. Ramsey [↑](#footnote-ref-18)
19. Spalart [↑](#footnote-ref-19)
20. Internal Flow [↑](#footnote-ref-20)
21. External Flow [↑](#footnote-ref-21)
22. Convective Term [↑](#footnote-ref-22)
23. Diffusion Term [↑](#footnote-ref-23)
24. Source Term [↑](#footnote-ref-24)
25. Guass Theorem [↑](#footnote-ref-25)
26. Ordinary Differential Equation [↑](#footnote-ref-26)